الاحتـــــمالات probabilités ذ؛محمد الرقبة- ثانوية أبي العباس السبتي –مراكش

1) التجربة العشوائية Expérience aléatoire

مثــال -1- : يوجد في صندوق 8 كرات مرقمة من 1 إلى 8 .

a- نعتبر التجربة العشوائية التالية « سحب كرة واحدة من الصندوق».
هناك عدة إمكانيات Eventualités
مثلا يمكن سحب الكرة رقم 1 أو 2 أو ... أو 8
مجموعة الإمكانيات هي $\Omega = \{1, 2, \ldots, 8\}$
وعدد الإمكانيات هو $card\Omega = C_8^1 = 8$

b- نعتبر التجربة العشوائية التالية « سحب كرتين من الصندوق».
مجموعة الإمكانيات Ω هي مجموعة الثنائيات : $\{i, j\}$ / $i \neq j$ و $1 \leq i \leq 8$ و $1 \leq j \leq 8$
عدد عناصر Ω هو $card\Omega = C_8^2 = 28$

ملاحظــة : * النتيجة $\{3,4\}$ تحقق الحدث (Evénement) (مجموع النقط المحصل عليها 7).
ولدينا كذلك $\{1,6\}$ و $\{2,5\}$ نتائج تحقق نفس الحدث.
إذن من الممكن أن نمثل هذا الحدث بالجزء من Ω.
$A = \{\{1,6\}, \{2,5\}, \{3,4\}\}$
* النتيجة $\{7,6\}$ تحقق الحدث (مجموع النقط المحصل عليها أكبر من أو يساوي 13).
والجزء من Ω الممثل لهذا الحدث هو $B = \{\{6,7\}, \{7,8\}\}$

تعريــف : الحدث هو كل جزء من Ω.
و Ω يسمى كون الإمكانيات.

مثـــال -2- : " رمي قطعة نقدية في الهواء"
النتيجة المحصل عليها هي P أو F إذن $\Omega = \{P, F\}$
$card\Omega = 2$

2) مصطلحات وتعاريف.

1. كون الإمكانيات
- كون الإمكانيات هو مجموعة كل النتائج الممكنة (المحتملة). ونرمز له ب Ω.
- كل عنصر من Ω يسمى إمكانية (Eventualité)

2. الحـــدث
كل جزء من Ω يسمى حدث.

2-1. الحدث المستحيل : $\varnothing$. $\varnothing \subset \Omega$
$\varnothing$ لا تحتوي على أي نتيجة، أي $\varnothing$ لا يتحق أبدا.
$\varnothing$ يسمى الحدث المستحيل.

2-2. الحدث الأكيد : Ω . $\Omega \subset \Omega$
Ω يحتوي على كل النتائج الممكنة.
Ω هو الحدث الأكيد.

.3-2 الحدث الإبتدائـي :

كل حدث مكون من عنصر واحد يسمى حدثا إبتدائيا.

.4-2 الحدث المضـاد :

Ω

الحدث المضاد للحدث A **هو** $C_{\Omega}^{A} = \overline{A}$

حيث $A \cup \overline{A} = \Omega$ **و** $A \cap \overline{A} = \varnothing$

$\overline{A}$ A

.5-2 تقاطع حدثيـن :

- **تقاطع الحدثين** A **و** B **هو الحدث** $A \cap B$
- **يتحقق الحدث** $A \cap B$ **إذا وفقط إذا تحقق الحدثين** A **و** B **معا.**

.6-2 اتحاد حدثيـن :

- **اتحاد الحدثين** A **و** B **هو الحدث** $A \cup B$**.**
- **يتحقق الحدث** $A \cup B$ **إذا وفقط إذا تحقق الحدث** A **أو الحدث** B**.**

.7-2 انسجام حدثيـن :

نقول إن الحدثين A **و** B **غير منسجمين إذا وفقط إذا كان** $A \cap B = \varnothing$**.**

مثـــال -1- : **صندوق يحتوي على 10 كرات مرقمة من 1 إلى 10.**

نعتبر التجربة العشوائية« سحب كرة واحدة من الصندوق».

لدينا $\Omega = \{\{i, j, k\} \ , \ i \neq j \ \text{و} \ i \neq k \ \text{و} \ j \neq k \ \text{و} \ 1 \leq j \leq 10 \ \text{و} \ 1 \leq i \leq 10 \ \text{و} \ 1 \leq k \leq 10\}$

$$card\Omega = C_{10}^{3} = 120$$

نعتبر الحدث A **« الكرات المسحوبة من بينها رقم 1».**

$$cardA = C_{1}^{1} C_{9}^{2} = 36$$

$$A = \{\{1, j, k\} \ / \ j \neq k \ \text{و} \ 2 \leq j \leq 10 \ \text{و} \ 2 \leq k \leq 10\}$$

$$\overline{A} = \{\{i, j, k\} \ / \ i \neq j \ \text{و} \ i \neq k \ \text{و} \ j \neq k \ \text{و} \ 2 \leq i \leq 10 \ \text{و} \ 2 \leq j \leq 10 \ \text{و} \ 2 \leq k \leq 10\}$$

$$card\,\overline{A} = card\Omega - cardA = 120 - 36 = 84$$

نعتبر الحدث B **« مجموع النقط المحصل عليها أكبر من أو يساوي 9».**

هل الحدثين A **و** B **منسجمين ؟ (علل جوابك).**

مثـــال -2- : **نرمي نرد وجوهه الستة مرقمة من 1 إلى 6.**

كون الإمكانيات هو $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

نعتبر الأحداث التالية :

A **« الحصول على رقم قابل للقسمة على 5».**

B **« الحصول على رقم قابل للقسمة على 3».**

C **« الحصول على رقم زوجي ».**

D **« الحصول على رقم فردي ».**

لدينا إذن $A = \{5\}$ **و** $B = \{3, 6\}$

و $C = \{2, 4, 6\}$ **و** $D = \{1, 3, 5\}$

- **الحدث** A **حدث ابتدائي.**
- $\overline{C} = D$ **و** $\overline{D} = C$
- $B \cap C = \{6\}$ **إذن** B **و** C **منسجمين.**
- $A \cap C = \varnothing$ **إذن** B **و** C **غير منسجمين.**

3) الفضاءات الاحتمالية المنتهية

1. تمهيد : نشاط-1- : صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء وكرتين خضراوتين وكرة بيضاء لا يمكن التمييز بينها باللمس.

نسحب كرتين بالتتابع وبدون إحلال من الصندوق.

نعتبر الأحداث التالية :

A « الحصول على كرتين لهما نفس اللون».

B « الحصول على كرتين لهما لون مختلف».

- أحسب $cardA$ و $cardB$.
- أكتب A و B بتفصيل.
- ما هو الحدث الذي هو أوفر حظا في أن يتحقق ؟ A أو B ؟

نشاط-2- : نعتبر التجربة العشوائية التالية (سحب كرة واحدة من الصندوق).

تذكير :

التـردد = $\dfrac{\text{الحصيص}}{\text{الحصيص الإجمالي}}$ $\quad f=\dfrac{n}{N}$

تردد الكرات الحمراء هو $\dfrac{3}{6}$

نقول أن احتمال الحصول على كرة حمراء هو $\dfrac{3}{6}$.

$\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{6}=$ $\dfrac{\text{عدد إمكانيات الحصول على كرة حمراء}}{\text{عدد جميع الإمكانيات}}$

تردد الكرات الخضراء هو $\dfrac{2}{6}$.

نقول أن احتمال الحصول على كرة خضراء هو $\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{6}$.

نعتبر الأحداث التالية :

R « الحصول على كرة حمراء».

V « الحصول على كرة خضراء».

احتمال الحدث R هو $\dfrac{3}{6}=$ $\dfrac{\text{عدد إمكانيات الحصول على كرة حمراء}}{\text{عدد جميع الإمكانيات}}$

احتمال الحدث V هو $\dfrac{2}{6}=$ $\dfrac{\text{عدد إمكانيات الحصول على كرة حمراء}}{\text{عدد جميع الإمكانيات}}$

2. احتمال على مجموعة

ملاحظة : نلاحظ من خلال هذه الأمثلة أن احتمال حدث هو عدد نقيس به حظ حدث في أن يتحقق و هو عدد محصور بين 0 و1.

حيث 0 هو احتمال الحدث المستحيل.

و 1 هو احتمال الحدث الأكيد.

تعريف : نعتبر كون الإمكانيات Ω بحيث : $\Omega=\{e_1,e_2,...,e_n\}$

$\{e_i\}$ حدث ابتدائي لكل i من $\{1,2,...,n\}$

إذا ربطنا كل عنصر e_i بعدد p_i بحيث : $0\le p_i\le 1$ و $p_1+p_2+.......+p_n=1$

نقول أننا عرفنا احتمالا p على Ω.

ونقول احتمال الحدث الإبتدائي $\{e_i\}$ هو p_i.

ونكتب $p(\{e_i\})=p_i$

(Ω,p) يسمى فضاءا احتماليا منتهيا.

ملاحظة : 1) كل احتمال p معرف على Ω هو تطبيق من $P(\Omega)$ نحو $[0,1]$.

2) إذا كان $A=\{e_1,e_2,....e_k\}$

فإن $P(A)=p(e_1)+p(e_2)+....+p(e_k)$

3. فرضية تساوي الاحتمالات

نفترض أن جميع الأحداث الإبتدائية لها نفس الاحتمال.

أي $p_1=p_2=.............=p_n$

ونعلم أن $p_1+p_2+.............+p_n=1$

إذن $p_i=\frac{1}{n}$ $\forall i\in\{1,2,...,n\}$

ليكن A الحدث $A=\{e_1,e_2,...,e_k\}$

$$P(A)=p_1+........+p_k=k\left(\frac{1}{n}\right)=\frac{k}{n}$$

وبما أن $cardA=k$

و $card\Omega=n$

فإن $P(A)=\frac{k}{n}=\frac{cardA}{card\Omega}$

خاصية :

إذا كانت جميع الأحداث الإبتدائية لها نفس الاحتمال فإن احتمال الحدث A هو $P(A)=\frac{cardA}{card\Omega}$

$$P(A)=\frac{\text{عدد إمكانيات تحقق } A}{\text{عدد جميع الإمكانيات}}$$

تطبيقات : أنظر التمارين.

الاحتمال الشرطي Probabilité conditionnelle

تمهيد :

نرمي نردين D_1 و D_2 وجوه كل واحد منهما مرقمة من 1 الى 6

❖ نعتبر الحدث **A** << الحصول على مجموع أصغر من أو يساوي 5 >>

لدينا : $A=\{(i,j)/1\le i\le 6$ و $1\le j\le 6$ و $i+j\le 5\}$

$=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(4,1)\}$

لدينا : $card\Omega=36$ و $cardA=10$

إذن : $P(A)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

❖ نفترض أن النرد D_2 عين رقم 5

في هذه الحالة الحدث **A** هو منعدم لأنه كيفما كان الرقم الذي عينه النرد D_1 فإن المجموع يكون أكبر قطعا من 5

ليكن **B** الحدث << النرد D_2 عين رقم 5>>

نقول أن احتمال الحدث **A** علما أن الحدث **B** قد تحقق هو منعدم . و نكتب : $P_B(A)=0$ أو $P(A/B)=0$

ملاحظة :

لدينا : $B=\{(1,5),(2,5),(3,5),(4,5),(5,5),(6,5)\}$

إذن : $A\cap B=\varnothing$

❖ ليكن C الحدث << النرد D_1 عين رقم 1>>

$$C=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)\}$$

لكي يتحقق الحدث A علما أن C محقق يكفي أن يعين النرد D_2 رقم من الأرقام 1- 2- 3 و4 .

إذن لدينا أربع حالات من بين ستة . ومنه : $P_A(C)=P(C/A)=\frac{4}{10}$

ملاحظة :

لدينا $A\cap C=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4)\}$

ادن $cardA\cap C=4$

ومنه $P_C(A)=\frac{4}{6}=\frac{cardA\cap C}{cardC}=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}$

أذن : $P(A\cap C)=P(C)\cdot P_C(A)$

❖ نفترض أن الحدث A محقق يعني أن مجموع الرقمين المحصل عليهما هو أقل من أو يساوي 5 ما هو احتمال C ؟

لكي يتحقق C علما أن A محقق لدينا 4 حالات من 10 إذن : $P_A(C)=P(C/A)=\frac{4}{10}$

ومنه $P_A(C)=\frac{cardA\cap C}{cardA}=\frac{P(A\cap C)}{P(A)}$

تعريف :

ليكن A و B حدثين ضمن فضاء احتمالي منته حيث : $P(A)\neq 0$

احتمال الحدث B علما أن الحدث A محقق هو : $P_A(B)=P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

استنتاج و خاصية " صيغة الاحتمالات المركبة "

إذا كان A و B حدثين احتمالاهما غير منعدمين فإن : $P(A\cap B)=P(A)\cdot P_A(B)=P(B)\cdot P_B(A)$

تطبيق 1 :

تحتوي شركة مغربية على 60% من الرجال 20% منهم أجانب و 40% من النساء% 10 منهن أجنبيات .

نختار بطريقة عشوائية شخص من الشركة

1- ماهو احتمال الأحداث التالية :

A_1 << رجل أجنبي>> A_2 << رجل مغربي>>

A_3 << امرأة أجنبية>> A_4 << امرأة أجنبية>>

2- الشخص المختار رجل ما هو الاحتمال لكي يكون أجنبي

تطبيق2 :

صندوق يحتوي على 3 كرات بيضاء و كرتين سوداويين

1- نسحب بالتتابع و بدون احلال كرتين من الصندوق .

ماهو احتمال الحدث A << الكرة الأولى بيضاء و الثانية سوداء>>

2- نسحب بالتتابع و بدون احلال ثلاث كرات من الصندوق.

ماهو احتمال الحدث B << لكرة الأولى بيضاء و الثانية سوداء و الثالثة بيضاء>>

الاحتمالات الكلية Les probabilités totales

تمهيد:

نعتبر صندوق يحتوي على كرة حمراء و كرة بيضاء و كرة خضراء .

نسحب كرتين من الصندوق بالتتابع و بدون احلال

لدينا : $card\Omega=A_3^2=6$

نعتبر الأحداث : $B_1=\{(V,B)\}$

$$B_2=\{(B,R),(V,R)\}$$

$$B_3=\{(R,B),(R,V),(B,V)\}$$

لدينا : $B_1 \cap B_2 = \varnothing$ و $B_1 \cap B_3 = \varnothing$ و $B_2 \cap B_3 = \varnothing$

و $B_1 \cup B_2 \cup B_3 = \Omega$

نقول أن الأحداث Bو B و B تكون تجزيئا لكون الإمكانيات partition d' un ensemble

تعريف:

ليكن (Ω, p) فضاء ا احتماليا منتهيا

نقول أن الأحداث A_1 و A_2 و......... A_n تكون تجزيئا لكون الإمكانيات Ω إذا وفقط إذا تحقق الشرطان التاليان:

أـلكل i وj من $\{1, 2, ..., n\}$ حيث $i \neq j$. $A_i \cap A_j = \varnothing$

ب- $\Omega = A_1 \cup A_2 \cup .... \cup A_n$

ليكن B حدثا

لدينا : $B = B \cap \Omega = \Omega \cap B$

إذن : $B = (A_1 \cup A_2 \cup ..... \cup A_n) \cap B$

$= (A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup ...... \cup (A_n \cap B)$

إذن : $p(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + ... + P(A_n \cap B)$

$= p(A_1) \cdot p_{A_1}(B) + ... + p(A_n) \cdot p_{A_n}(B)$

خاصية :

لتكن A_1 و A_2 و....... A_n تجزيئا ل Ω

نعتبر الحدث B

$$p(B) = p(A_1) \cdot p_{A_1}(B) + ... + p(A_n) \cdot p_{A_n}(B)$$

تطبيق :

لدينا ثلاث صناديق C_1 و C_2 و C_3

C_1 يحتوي على كرة بيضاء و ثلاث كرات سوداء

C_2 يحتوي على كرتين لونهما أبيض و كرتين لونهما أسود

C_3 يحتوي على ثلاث كرات بيضاء و كرة سوداء

نختار بطريقة عشوائية صندوقا ثم نسحب منه كرة واحدة

أحسب الأحتمال الحصول على كرة بيضاء

ليكن B الحدث << الحصول على كرة بيضاء >>

لدينا الحدث C_1 << اختيار الصندوق C_1 >>

C_2 << اختيار الصندوق C_2 >>

C_3 << اختيار الصندوق C_3>>

لدينا :

$$p(C_1)=p(C_2)=p(C_3)=\frac{1}{3}$$

و $\Omega=C_1\cup C_2\cup C_3$

اذن :

$$\begin{aligned}p(B)&=p(\Omega\cap B)\\&=p((C_1\cup C_2\cup C_3)\cap B)\\&=p(C_1\cap B)+p(C_2\cap B)+p(C_3\cap B)\\&=p(C_1)\cdot p_{C_1}(B)+p(C_2)\cdot p_{C_2}(B)+p(C_3)\cdot p_{C_3}(B)\\&=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

يمكن استعمال الشجرة

الاختيارات المتكررة

تمهيد:

1- عندما نقوم بتجربة عشوائية مكونة من إعادة نفس الاختبار n مرة . نقول إننا قمنا باختبارات متكررة . les épreuves repetees

مثال : 1) رمي نرد ثلاث مرات
2) رمي قطعة نقدية n مرة

2- ليكن D نردا وجوهه الستة مرقمة من 1 إلى 6
نرمي النرد D؛ 5 مرات بالتتابع و نسجل الرقم المحصل عليه في كل رمية
ليكن C_k الحدث << الحصول k مرة على الرقم 2>>
أحسب احتمال الحدث C_k حسب قيم k

خلاصة و خاصية :

ليكن A حدثا احتماله p في اختبار عشوائي
اذا أعيد هذا الاختبار n مرة فان احتمال وقوع الحدث A k مرة بالضبط هو : $\boxed{(k\le n)\ ,\ C_n^k\,(p)^k\,(1-p)^{n-k}}$

تطبيق :

صندوق يحتوي على 3 كرات بيضاء و كرتين سوداويين . نسحب 10 كرات بالتتابع و بإحلال
1- أحسب احتمال الحصول على 4 مرات بالضبط على كرة سوداء .
2- أحسب احتمال الحصول على 3 مرات بالضبط على كرة بيضاء.

المتغيرات العشوائية Les variables aléatoires

1) تمهيد:

1 - يحتوي صندوق على 8 كرات مرقمة من 1 إلى 8 . نسحب بالتتابع و بإحلال 4 كرات .
ليكن X هو عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا من بين الكرات الأربعة المسحوبة .
a) ماذا تعني الأحداث (X=0) ....(X=4)
b) أحسب احتمال كل من هذه الأحداث

2- صندوق يحتوي على كرتان لونهما أبيض و ثلاث كرات سوداء و كرة حمراء . نسحب تأنيا ثلاث كرات .
و ليكن X هو عدد الألوان المحصل عليها .
a) حدد قيم X
b) ما هي الأحداث : (X=1) , (X=2) , (X=3) , (X=4) .
c) أحسب : P(X=1) , P(X=2) , P(X=3) .

2) تعريف:

ليكن (Ω,P) فضاءا احتماليا منتهيا . كال تطبيق من Ω نحو $\mathbb{R}$ يسمى متغيرا عشوائيا .

كتابة و ترميز :

- $X(\Omega)$ هي مجموعة الصور بالتطبيق X
- عادة نكتب $X(\Omega)=\{x_1,x_2,....,x_k\}$ بحيث $x_1 \prec x_2 \prec ..... \prec x_k$

$(X=x_k)$ هو الحدث << X تأخذ القيمة x_k >>

$(X \le x_k)$ هو الحدث << X تأخذ قيمة أقل من أو تساوي x_k >>

3) قانون احتمال متغير عشوائي:

تمهيد :

استغلال التطبيق السابق .

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$P(X=1)$	$P(X=2)$	$P(X=3)$	$P(X=4)$

تعريف :

قانون احتمال (أو توزيع) المتغير العشوائي X هو التطبيق f الذي يربط كل عنصر x_i من $X(\Omega)$ باحتمال الحدث $(X=x_i)$ أي $f(x_i)=P(X=x_i)$

ملاحظة :

يتم تحديد قانون احتمال متغير عشوائي X بتحديد مجموعة قيم Ω $X(\Omega)$

$$X(\Omega)=\{x_1,x_2,...x_k\}$$

ثم حساب $P(X=x_i)=p_i$

ثم كتابة النتائج في جدول : يسمي جدول قانون احتمال المتغير العشوائي X

تطبيق : يونيو 1999 مراكش

تتكون فرقة مسرحية من 3 رجال و 3 نساء .
بعد انتهاء عرض المسرحي، يخرج جميع اعضاء الفرقة واحد تلو الأخر من وراء الستار و يبقون لتحية الجمهور .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الرجال الذين ظهروا للجمهور قبل ظهور أول امرأة .

1- حدد قيم X .
2- بين أن : $P(X=1)=3/10$ و $P(X=2)=3/20$
3- أعط قانون احتمال X .

4) الأمل الرياضي:

تعريف :

ليكن X متغيرا عشوائيا معرفا على فضاء احتمالي منته (Ω,P)

العدد الحقيقي $\boxed{E(X)=\sum_{i=1}^{n} p_i x_i}$ يسمى الأمل الرياضي للمتغير X .

حيث : $X(\Omega)=\{x_1,x_2,...x_n\}$ و $p_i=P(X=x_i)$

ملاحظة:

$$\boxed{E(X)=\bar{X}}$$

5) المغايرة و الانحراف الطرازي La variance et l'ecart-type

تعريف :

ليكن **X** متغيرا عشوائيا بحيث : $X(\Omega)=\{x_1,x_2,\dots x_n\}$

و **E(X)** هو الأمل الرياضي للمتغير **X** .

العدد: $\boxed{V(X)=\sum_{i=1}^{n} p\left(x-E(X)\right)^2}$ يسمى مغايرة **X**

و العدد: $\boxed{\sigma(X)=\sqrt{V(X)}}$ يسمى الانحراف الطرازي ل **X** حيث $p_i=P(X=x_i)$ لكل $1\le i\le n$

ملاحظة 1 :

لدينا
$$V(X)=\sum_{i=1}^{n} p\left(x-E(X)\right)^2$$
$$=\sum_{i=1}^{n} p_i\left(x_i^2-2x_iE(X)+E(X)\right)^2$$
$$=\sum_{i=1}^{n} p_ix_i^2-2E(X)\sum_{i=1}^{n} p_ix_i+E(X)^2\sum_{i=1}^{n} p_i$$
$$=E(X^2)-2\left(E(X)\right)^2+\left(E(X)\right)^2$$
$$=E(X)-\left(E(X)\right)^2$$

اذن : $\boxed{V(X)=E(X)-\left(E(X)\right)^2}$

ملاحظة 2 : $V(X)\ge 0$

6) دالة التجزيئ La fonction de répartition

تمهيد :

ليكن (Ω,P) فضاءا احتماليا منتهيا. و **X** متغير عشوائيا بحيث : $X(\Omega)=\{x_1,x_2,\dots x_n\}$

بحيث: $x_1\prec x_2\prec\dots\prec x_n$

لدينا : $\mathbb{R}=]-\infty,x_1]\cup]x_1,x_2]\cup]x_2,x_3]\cup\dots\dots\cup]x_n,+\infty[$

ليكن **x** عددا حقيقيا :

الحالة 1:

اذا كانت : $x=x_i$ و $i\in\{1,2,\dots,n\}$

$$(X\prec x_i)=(X=x_1)\cup(X=x_2)\cup\dots\cup(X=x_{i-1})$$

الحالة 2:

اذا كانت : $x_i\prec x\prec x_{i+1}$

$$(X\prec x_i)=(X=x_1)\cup(X=x_2)\cup\dots\cup(X=x_i)$$

الحالة 3 : $x\le x_i$ $(X\prec x)=\varnothing$

الحالة 4 :

$x_n\prec x$ $(X\prec x)=\Omega$

إذا ربطنا كل عدد x باحتمال الحدث $(X \prec x)$

$$F \quad : \mathbb{R} \to [0,1]$$
$$x \mapsto P(X \prec x)$$

فإننا عرفنا دالة تسمى دالة التجزيئ للمتغير X

تعريف :

ليكن X متغيرا عشوائيا معرفا على فضاء احتمالي منته (Ω, P)

الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $F(X) = P(X \prec x)$

تسمى دالة التجزيئ للمتغير العشوائي X

مثال : يكون المطلوب فيه هو تحديد دالة التجزيئ و تمثيلها مبيانيا .

7) التوزيع الحداني :

تذكير :

إذا كانت تجربة عشوائية تتكون من إعادة نفس الاختبار n مرة.و A حدثا من هذا الاختيار حيث : $P(A) = p$

فان احتمال أن يتحقق الحدث A k مرة بالضبط $(k \le n)$

هو : $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

إذا اعتبرنا المتغير العشوائي المرتبط بعدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A

فإن: $P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

هذا المتغير العشوائي يسمى متغيرا عشوائيا حدانيا

و العددان n و p يسميان وسيطا المتغير الحداني X

خاصية:

ليكن X متغيراعشـــوائيا حدانيا و سيطاه n و p :

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

ملاحظة :

المتغير العشوائي الحداني يسمى أيضا قانون حداني أو توزيع حداني

مبرهنة :

ليكن X متغيرا عشوائيا حدانيا و سيطاه n و p .

لدينا : $V(X) = np(1-p)$ و $E(X) = np$

تطبيقات:

أنظر السلسلة.

صندوق يحتوي على ثلاث كرات بيضاء و كرتين لونهما أسود .

نسحب تانيا ثلاث كرات من الصندوق .

ليكن X المتغير العشوائي المرتبط بعدد الكرات السوداء المسحوبة

1- حدد قيم X . أعط قانون احتمال X .

2- أحسب : E(X) و V(X) و σ(X)